

Vzorový zápočtový test z Prosemináře z matematiky

1. Zapište formulemi predikátového počtu tvrzení, že mezi každými dvěma racionálními čísly leží alespoň jedno iracionální číslo, a negaci tohoto tvrzení.
2. Nalezněte množinu všech $x \in \mathbb{R}$, pro která platí

$$\frac{\sin x}{x} \leq 0.$$

3. Nalezněte definiční obor funkce

$$f(x) = \ln \frac{10 + 3x - x^2}{x^3 - x^2} + \sqrt{16 - x^2}.$$

4. Je dána funkce

$$f(x) = |4 - 2^{-x}|, \quad x \in (-3, \infty).$$

Určete $\mathcal{D}(f)$, $\mathcal{H}(f)$, $\sup f$, $\inf f$, $\max f$, $\min f$, maximální intervaly monotonie f a maximální intervaly konvexnosti a konkávnosti f . Dále rozhodněte, zda je funkce sudá nebo lichá a zda existuje f_{-1} , a načrtněte graf f .

5. Nalezněte funkce f a g , pro které platí

$$\operatorname{arctg} = f \circ \operatorname{arccotg} = \operatorname{arccotg} \circ g.$$

6. Nalezněte maximální intervaly, na nichž existuje inverzní funkce k funkci

$$f(x) = x^2 - 4x + 1,$$

určete tyto funkce, jejich definiční obory a obory hodnot.